

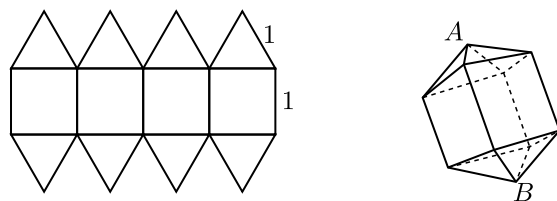
Examen de la Etapa Semifinal Estatal de la 38ª Olimpiada Mexicana de Matemáticas, 2024

Problema 1. En una pista circular hay 22 estaciones numeradas del 0 al 21 en el sentido de las manecillas del reloj. Al principio están una rana y su mamá en la estación 0. Cada segundo, la rana hija salta en el sentido de las manecillas del reloj de una estación a la siguiente, mientras que su mamá salta en el sentido contrario 3 estaciones cada vez. ¿Cuántos saltos deben dar para estar por primera vez juntas en la misma estación? (Por ejemplo, en el primer segundo la rana hija está en la estación 1 y su mamá en la 19; en el segundo 2 la hija está en la estación 2 y su mamá en la 16, etc.)

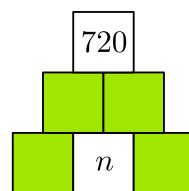
Problema 2. Encontrar todos los enteros positivos a y b que satisfacen la ecuación $18a + 1620 = b^2$ si $50 < a < 100$.

Problema 3. Elena quiere construir un collar usando 3 bolitas azules y 12 blancas. No quiere que haya dos azules que queden juntas. ¿De cuántas maneras distintas puede quedar su collar? (Nota: Dos formas se consideran iguales si girando o volteando los collares se ven iguales.)

Problema 4. Una pieza de cartón se pega por las orillas para formar un poliedro, como se muestra en la figura. Si cada cuadrado y cada triángulo tienen lado 1, ¿cuál es la distancia entre los picos A y B ?



Problema 5. Dana quiere poner números enteros positivos en las casillas del diagrama de tal manera que el número de cada casilla en los dos renglones superiores sea el producto de los números de las dos casillas justo abajo de ella. ¿Cuántos valores diferentes puede tener n ?



Problema 6. El sólido que se muestra tiene por caras a 6 cuadrados y a 8 triángulos equiláteros, de manera que cada cuadrado comparte arista con 4 triángulos, y cada triángulo comparte arista con 3 cuadrados. A cada uno de los 12 vértices del sólido se le ha asignado un número, pero en la figura sólo se muestran cuatro de los números. En cada cuadrado, la suma de los 4 números en los vértices que forman ese cuadrado es el mismo valor C para todos los cuadrados. También, en cada triángulo, la suma de los 3 números en los vértices del triángulo tienen el mismo valor T para todos los triángulos. ¿Qué número se asignó al vértice señalado con x ?

