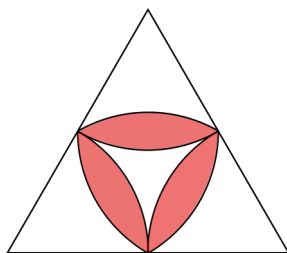


Examen de la Etapa Semifinal Estatal de la 35ª Olimpiada Mexicana de Matemáticas, 2021

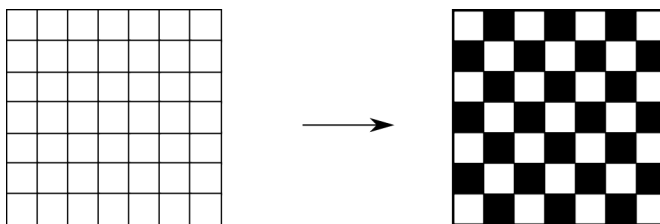
Problema 1. En un grupo con 2021 personas, cada una tiene un número de lista del 1 al 2021. Si se sabe que cada una de las personas con número de lista del 1 al 2020 estrechó la mano de exactamente tantas personas del grupo como su número de lista, ¿con cuántas personas estrechó la mano la persona con número de lista 2021?

Problema 2. Un número entero n tiene 3 dígitos distintos de cero. Cuando se le resta el número k formado por los mismos dígitos pero en el orden inverso, el resultado es un entero positivo cuya cifra de unidades es 6. ¿Cuánto vale $n - k$?

Problema 3. Con centro en los vértices y en los puntos medios de los lados de un triángulo equilátero de lado 4 se trazan arcos de círculo para formar la figura que se muestra. ¿Cuánto vale el área sombreada?



Problema 4. Se quiere convertir la cuadrícula de cuadros unitarios que se muestra a la izquierda en la cuadrícula que se muestra a la derecha. Se permite hacer la siguiente operación: *Escoger dos cuadros unitarios que compartan un lado, y cambiar el color de cada uno*, es decir, cada vez que se escoge uno blanco, éste se convierte en negro y viceversa. ¿Cuál es el mínimo número de operaciones necesarias para lograrlo?



Problema 5. Los enteros del 1 al 1000 se escriben en línea, en algún orden, y se calculan todas las sumas de cada tres números consecutivos en la lista. Por ejemplo, si los 5 primeros números de la línea fueran 8, 231, 1000, 12, 400, las 3 primeras sumas serían

$$\begin{aligned} 8 + 231 + 1000 &= 1239, \\ 231 + 1000 + 12 &= 1243, \\ 1000 + 12 + 400 &= 1412. \end{aligned}$$

¿Cuál es el máximo número de sumas impares que pueden obtenerse?

Problema 6. El diagrama muestra tres cuadrados $PQRS$, $TRVU$ y $UWXY$. Los puntos P , T y X están alineados. El área de $PQRS$ es 36, y el área de $TRVU$ es 16. ¿Cuál es el área del triángulo PXV ?

