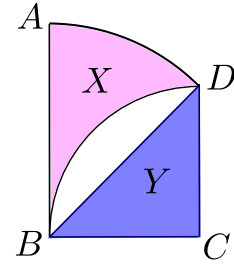


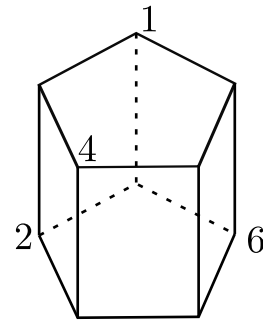
Examen de la Etapa Semifinal Estatal de la 34ª Olimpiada Mexicana de Matemáticas, 2020

Problema 1. En la figura, BCD es un triángulo con ángulo recto en C , AB es perpendicular a BC , AD es un arco de círculo con centro en B y BD es un arco de círculo con centro en C . Probar que las áreas X y Y son iguales.



Problema 2. ¿Cuántos números entre 1500 y 1900 cumplen que al poner el signo de multiplicación entre la segunda y tercera cifras y realizar la multiplicación de los números de dos cifras que se forman, éste es un cuadrado perfecto? (Por ejemplo, dos números que cumplen la condición son: 1700 y 1872 pues $17 \times 0 = 0 = 0^2$ y $18 \times 72 = 1296 = 36^2$.)

Problema 3. Los vértices del prisma pentagonal que se muestra en la figura se etiquetan con los números del 1 al 10, uno en cada vértice, sin repetir; ya se han etiquetado cuatro vértices. Si en cada una de las 5 caras laterales las sumas de los 4 vértices que las forman son todas iguales, ¿que posibilidades para la suma de la cara pentagonal superior hay?



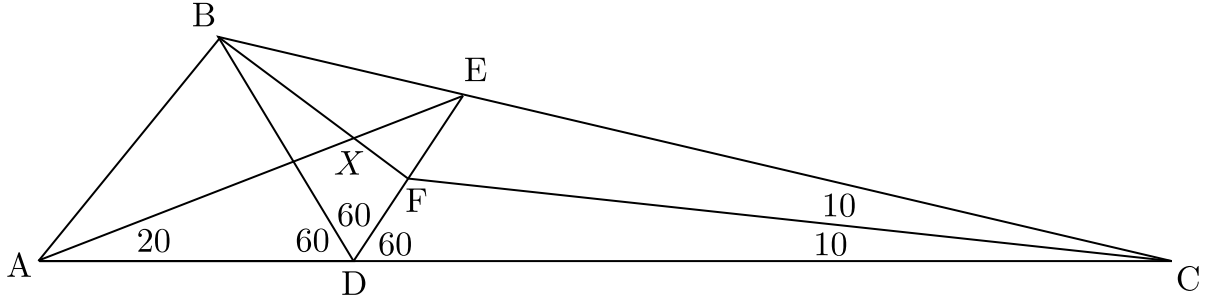
Problema 4. Con los números del 1 al 26 se quieren formar 13 fracciones, usando los números disponibles como numerador o denominador de manera que cada uno de ellos se use sólo una vez. Luego, cada fracción se simplifica. ¿Cuál es la máxima cantidad de enteros que se pueden obtener después de la simplificación?

Problema 5. Un niño puso los números del 1 al 9 en un tablero de 3×3 de manera que cada número se usó una vez. Para cada renglón, él coloreó la mediana de los tres números en ese renglón y se dio cuenta que la mediana de los tres números coloreados es 5. ¿De cuántas maneras se pudo haber llenado el tablero?

Nota. La mediana de tres números es el que está en medio; es decir, si los números son a , b y c y $a < b < c$ entonces b es la mediana.

Problema 6. Sea n un número entero mayor que 100 tal que el mínimo común múltiplo de los números $1, 2, 3, \dots, n$ es igual que el mínimo común múltiplo de los números $101, 102, 103, \dots, n$. Encontrar el menor valor posible de n .

Problema 7. En el triángulo ABC , D y E son los respectivos puntos sobre AC y BC de tal manera que $\angle ADB = \angle BDE = \angle EDC = 60^\circ$. Además $\angle ACB = 20^\circ$ y la bisectriz de este último intersecta a DE en F (ver la figura). Sea X la intersección de AE con BF . Probar que XD es perpendicular a AC .



Problema 8. Rodrigo fue caminando a casa de su amigo Arturo que vive a 1700 metros de su casa hacia el Norte. Quiere regresar a su casa pero quiere caminar lo menos posible, así que tomará autobuses en dirección Norte o Sur. Lo malo es que desde casa de Arturo hacia el Sur, los autobuses sólo se detienen cada 960 metros y en los mismos lugares en que éstos hacen parada, los autobuses hacia el Norte sólo hacen parada cada 600 metros. ¿Cuántos metros tendrá que caminar si tomará tantos autobuses como sea necesario para caminar lo menos posible?