

Etapa Semifinal Estatal de la 33^a Olimpiada Mexicana de Matemáticas, 2019

Tiempo límite: 4 horas.

Escribe todos los razonamientos.

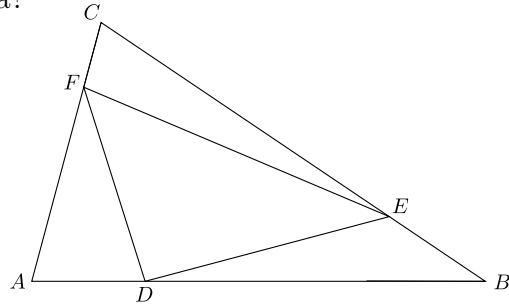
No puedes usar calculadora.

Las soluciones de problemas distintos deben quedar en hojas distintas.

Puedes preguntar por escrito las dudas que tengas sobre los enunciados de los problemas.

1. Una sucesión de números enteros positivos consecutivos se llama *balanceada* si contiene la misma cantidad de múltiplos de 3 que de múltiplos de 5. ¿Cuál es la máxima cantidad de términos que puede tener una sucesión balanceada?

2. El área del triángulo ABC es igual a 40 cm^2 . Los puntos D , E y F cumplen que $BD = 3AD$, $CE = 3BE$ y $AF = 3CF$. ¿Cuál es el área del triángulo DEF ?

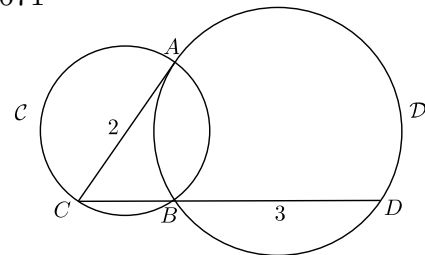


3. Encontrar una terna (a, b, c) de enteros positivos que cumplan $ab + c = 34$ y $a + bc = 29$.

4. El número que abre un candado está formado por 4 dígitos distintos. ¿Cuál es el número si cada uno de los números siguientes tiene una cifra incorrecta y otra fuera de su lugar?

6427 4271 6412 2671

5. Los círculos \mathcal{C} y \mathcal{D} de la figura se intersectan en A y B . El diámetro CA de \mathcal{C} es tangente a \mathcal{D} en A , y D es el punto en \mathcal{D} tal que C, B y D están alineados. Si $|BD| = 3$ y $|AC| = 2$, ¿cuál es el área de \mathcal{D} ?



6. Encontrar una terna (a, b, c) de enteros positivos que cumplan $2a = 3b = 5c$ y que $a^2 + b^2 + c^2$ sea el cubo de un número entero.

7. ¿De cuántas formas es posible llegar del punto A al punto B siguiendo las líneas de la figura si sólo se puede ir hacia abajo y hacia los lados (es decir, en las direcciones marcadas por las flechas en el esquema) pero sin pasar dos veces por el mismo punto?

