

Etapa Semifinal Estatal de la 32ª Olimpiada Mexicana de Matemáticas, 2018

Tiempo límite: 4 horas.

Escribe todos los razonamientos.

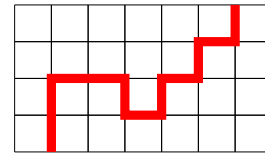
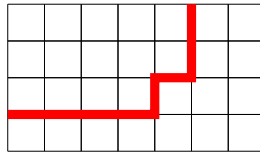
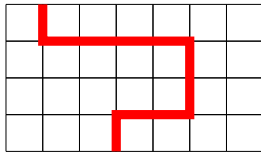
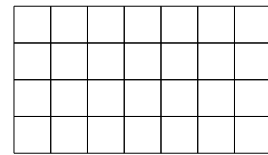
No puedes usar calculadora.

Las soluciones de problemas distintos deben quedar en hojas distintas.

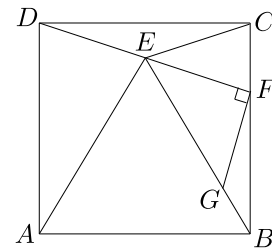
Puedes preguntar por escrito las dudas que tengas sobre los enunciados de los problemas.

1. Romeo no se acuerda del número secreto de su caja fuerte. Sólo recuerda que es un número de 7 cifras, que usa cada uno de los dígitos 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 exactamente una vez, y que es el menor número que cumple que la suma de cada 3 cifras consecutivas no es múltiplo ni de 2 ni de 3. ¿Cuál es el número secreto de su caja fuerte?

2. Un papel cuadrículado de 4×7 como el que se muestra a la derecha se va a cortar con unas tijeras siguiendo algunas líneas de la cuadrícula. Se va a empezar en el borde inferior y se terminará en el borde superior, siempre hacia arriba y hacia los lados pero no hacia abajo, y no es válido empezar (ni terminar) por un lado. ¿De cuántas formas es posible hacerlo si las dos partes deben quedar con la misma área? (Nota: Por ejemplo, un corte como el que se muestra abajo a la izquierda es válido, pero el central y el de la derecha no lo son.)



3. En la figura, $ABCD$ es un cuadrado y ABE es un triángulo equilátero. La recta DE corta a BC en F , y G es el punto sobre EB para el cual GF y DF son perpendiculares. Probar que FG y EC miden lo mismo.



4. Algunos de los hexágonos de la figura que se muestra abajo a la izquierda se somborean. Luego, en cada uno de los hexágonos se pone la cantidad de hexágonos sombreados que comparten al menos un lado con ese hexágono, y se considera la suma de todos los números (ver el ejemplo en la figura de la derecha en que la suma es $12 = 1+2+3+1+3+0+1+1+0$). ¿De cuántas formas es posible sombrear algunos de los hexágonos de tal forma que la suma sea 12?

