

**Etapa Semifinal Estatal de la
27ª Olimpiada Mexicana de Matemáticas, 2013**

Tiempo límite: 4 horas.

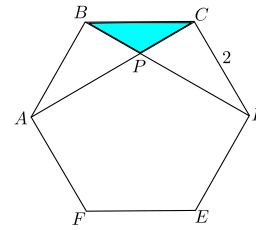
Escribe todos los razonamientos.

No puedes usar calculadora.

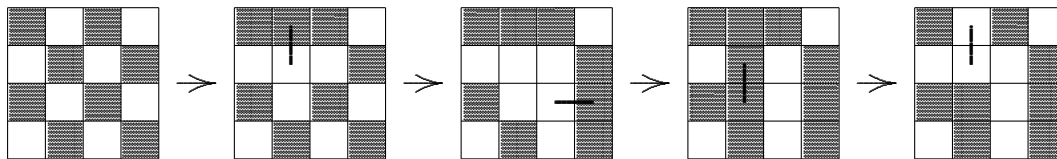
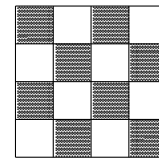
Las soluciones de problemas distintos deben quedar en hojas distintas.

Puedes preguntar por escrito las dudas que tengas sobre los enunciados de los problemas.

1. En la figura se tiene un hexágono regular $ABCDEF$ de lado 2 y P es la intersección de AC con BD . Determinar el área del triángulo BCP .



2. Determinar cuántos tableros distintos podemos conseguir a partir del tablero que se muestra a la derecha si se puede ejecutar la siguiente operación tantas veces como se desee: *Escoger dos casillas que compartan un lado y cambiarle a cada una el color que tiene en ese momento: si es blanca pintarla de gris, y si es gris ponerla blanca.* (En la figura de abajo se muestran cuatro cambios sucesivos permitidos; cada vez se ha marcado con un segmento los cuadros vecinos que se cambiaron en ese paso.)



3. ¿Cuál es el entero más cercano al valor de $x - y$ si

$$x = \frac{1^2}{1} + \frac{2^2}{3} + \frac{3^2}{5} + \cdots + \frac{50^2}{99} \quad y = \frac{1^2}{3} + \frac{2^2}{5} + \frac{3^2}{7} + \cdots + \frac{50^2}{101} ?$$

4. En el plano están dibujadas algunas líneas rectas. La línea a interseca exactamente otras 3; la recta b interseca a exactamente 4 de las rectas; la recta c interseca un número de rectas distinto de 3 y de 4. ¿Cuántas rectas hay? (Nota: Las líneas rectas se extienden en ambos sentidos indefinidamente, de manera que si dos rectas no son paralelas, entonces forzosamente se intersectan en un punto.)

5. Encontrar todas las parejas de enteros positivos (x, y) que cumplen con que su producto es igual a 5 veces su suma.

6. En una isla hay dos tipos de habitantes; los V que siempre dicen verdad y los M que siempre dicen mentira. Un inspector llegó a la isla y preguntó a cada uno de los habitantes sobre si otro de los habitantes era V o M . No preguntó sobre el mismo habitante dos veces. Luego corrió de la isla a todos aquéllos que habían sido señalados de ser M . Los V que se quedaron pero que habían acusado a alguien de ser M se sintieron culpables y también se fueron de la isla. La cantidad de los V que se salieron en esta segunda instancia fue la quinta parte de los V que se habían ido en primera instancia. ¿Qué proporción de los habitantes que se fueron de la isla eran V ?