

**Etapla Semifinal Estatal de la
26ª Olimpiada Mexicana de Matemáticas, 2012**

Tiempo límite: 4 horas.

Escribe todos los razonamientos.

No puedes usar calculadora.

Las soluciones de problemas distintos deben quedar en hojas distintas.

Puedes preguntar por escrito las dudas que tengas sobre los enunciados de los problemas.

1. Se tienen 2012 tarjetas numeradas del 1 al 2012, en orden, en una línea. Se van recogiendo algunas cartas en forma alternada como sigue: Se recoge la 1 y se deja la 2 en la fila, se recoge la 3 y se deja la 4 en la fila, etc. Luego se vuelve a comenzar con las cartas que quedan en la fila, así que se recoge la 2 y se deja la 4, se recoge la 6 y se deja la 8 y así sucesivamente. Cuando se llega al final de la fila, se vuelve a empezar. ¿Cuántas cartas quedan en la fila en el momento que se recoge la carta 2012? (Por ejemplo, si sólo hubiera cartas de la 1 a la 6 y se preguntara por cuántas cartas quedan al recoger la carta 6, la respuesta sería 1 pues se habrían recogido, en orden, las cartas con números 1, 3, 5, 2 y 6 así que sólo quedaría la 4.)

2. En la mesa hay tres montones de piedras. El montón *A* tiene 52 piedras, el montón *B* tiene 40 y el montón *C* tiene 1. En cada momento Esteban puede hacer uno de las siguientes movimientos:

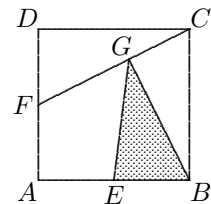
* Quitar 5 piedras de *A* y ponérselas a *B*

* Quitar 4 piedras de *B* y ponérselas a *C*.

* Quitar 3 piedras de *A* y ponérselas a *C*.

¿Cuántos movimientos necesita hacer Esteban para lograr que en todos los montones haya el mismo número de piedras?

3. El cuadrado *ABCD* tiene lados de longitud 2; *E* y *F* son los puntos medios de los lados *AB* y *AD*, respectivamente, y *G* es un punto en *CF* tal que $3CG = 2GF$ (ver la figura). ¿Cuál es el área del triángulo *BEG*?

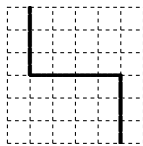


4. Un rectángulo se parte en 5 rectángulos de lados enteros y áreas 3, 4, 7, 10 y 12. Determinar todos los posibles perímetros del rectángulo.

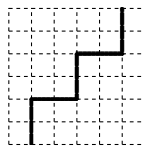
5. Determinar todas las parejas de enteros positivos (a, b) que cumplan:

$$a + b + ab = 134 \quad \text{y} \quad a \leq b.$$

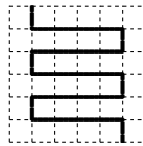
6. ¿De cuántas maneras es posible cortar un papel cuadrilado de 6×6 empezando en la parte inferior del papel y llegando a la superior si sólo se puede cortar sobre las líneas de la cuadrícula, las dos piezas en que quede partido deben ser iguales y no se se puede cortar hacia abajo (ver ilustración)? (Nota: Dos piezas se consideran iguales si se puede colocar una sobre la otra y ajustan perfectamente.)



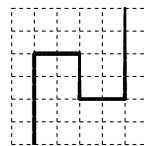
corte válido



corte válido



corte válido



corte inválido