

**Etapa Final Estatal de la
31ª Olimpiada Mexicana de Matemáticas, 2017
Segundo día**

Tiempo límite: 4:30 horas.

Escribe todos los razonamientos.

No puedes usar calculadora.

Las soluciones de problemas distintos deben quedar en hojas distintas.

Puedes preguntar por escrito las dudas que tengas sobre los enunciados de los problemas.

4. Probar que si A es un conjunto de 12 números entre 1 y 20, entonces existen $a, b, c \in A$ tales que $\text{mcd}(a, b, c) \neq 1$.

5. En un círculo hay 9 casillas numeradas del 1 al 9. Determinar de cuántas maneras pueden colocarse 3 pelotas rojas, 3 azules y 3 verdes en las casillas si dos pelotas del mismo color no deben quedar juntas.

6. En el hexágono convexo $ABCDEF$ lados opuestos son paralelos y de la misma longitud. El punto P está sobre el segmento AB y es tal que $|AP| = \frac{|AB|}{3}$. Las rectas EA y DP se intersectan en Q ; las rectas DA y BQ se intersectan en R , y las rectas CA y FR se intersectan en S . Probar que S es punto medio del segmento FR .