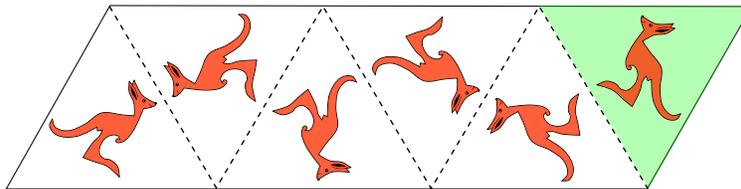


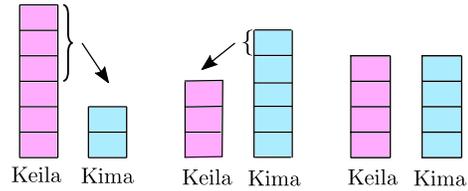
## Soluciones del Examen de Nivel I, 2017

1. (c) La lámina de la izquierda tapa al perro y al reloj. La de la derecha tapa la taza y el pájaro. La mariposa queda visible.
2. (d) La figura (d) es la única donde se perforaría el pedazo de papel exactamente en dos lugares haciendo un solo agujero.
3. (c) El niño de pelo claro tiene a su derecha a la niña con dos coletas, de manera que 2, 3 y 4 son imposibles. La posición 1 se logra girando dos pasos a la derecha; la posición 5 se logra girando dos posiciones a la izquierda (o 4 a la derecha).
4. (d) Debido a que la altura divide a cada franja en dos regiones iguales, el área blanca es igual al área sombreada.
5. (b) Javier marcó 8 puntos y Lupita marcó 7. Como ninguno de los puntos coincide, se hicieron 15 cortes en total y se obtuvieron 16 pedazos.
6. (d) Los únicos tres enteros positivos distintos cuya suma da 7 son 1, 2 y 4. Por tanto, la respuesta es 8.
7. (e) La diferencia entre las bases de ambos rectángulos es 7 m, y la diferencia entre sus alturas es 5 m, así la diferencia entre sus perímetros es  $2 \times 7 + 2 \times 5 = 24$  m.
8. (b) El área sombreada es la suma de las áreas de los dos triángulos que se forman. Como la base de cada uno mide 1 cm y la suma de sus alturas mide 8 cm, el área sombreada es  $4 \text{ cm}^2$ .
9. (a) El excedente de 10 pesos debe repartirse entre las 5 hermanas, así que a cada una debe darle 2 pesos.
10. (d) El camino negro es el doble del de la línea punteada.
11. (b) El área es  $16 - 9 + 4 - 1 = 10 \text{ cm}^2$ .
12. (b) Si empieza en lunes no puede terminar en domingo, así que hay 4 posibilidades (de miércoles a sábado); si empieza en martes también son 4, (pues puede terminar en domingo), si empieza en miércoles son 3 posibilidades, en jueves hay 2 y en viernes hay 1. En total son 14.
13. (c) La catarina está a  $\frac{1}{4}$  de la longitud partiendo del extremo izquierdo del tubo, y la hormiga está a  $\frac{2}{3}$  de la longitud del tubo, también partiendo del extremo izquierdo. Así, la hormiga y la catarina están separados por  $\frac{2}{3} - \frac{1}{4} = \frac{5}{12}$  de la longitud del tubo.
14. (a) Las únicas sumas que dan una cantidad divisible por 5 son  $12 + 8$  y  $12 + 3$ , así Zina debe tener 12, Ema tiene 3, Rita 8 y, por lo tanto, Iva tiene 14.
15. (e) En la figura se muestran todas las reflexiones hasta llegar al triángulo sombreado.



16. (a) El área sombreada es la suma del área de los cuadrados menos las áreas en las cuales se intersectan. Es decir:  $36 + 16 + 4 - 1 - 4 = 51 \text{ cm}^2$ .

17. (b) Podemos esquematizar la situación con el siguiente diagrama:



18. (a) La fracción de la audiencia que corresponde a adultos es  $\frac{5}{6}$ ; de esta fracción,  $\frac{2}{5}$  son hombres, es decir,  $\frac{5}{6} \cdot \frac{2}{5} = \frac{10}{30}$ ; por tanto  $\frac{25}{30} - \frac{10}{30} = \frac{1}{2}$  de la audiencia corresponde a mujeres adultas.

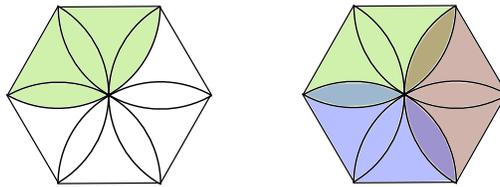
19. (a) Sean  $a$ ,  $b$  y  $c$  los números que aparecen en las casillas vacías, escritos de izquierda a derecha. Tenemos que:

$$\begin{aligned} 3 + a + b &= 22 \\ b + c + 4 &= 25 \\ 22 + c + 4 &= 35 \end{aligned}$$

De la última ecuación se tiene que  $c = 9$ ; sustituyendo en la segunda obtenemos  $b = 12$ ; finalmente, en la primera obtenemos  $a = 7$ . el producto de  $a$  y  $c$  es 63.

20. (e) La cantidad de hombres participantes fue de  $100\% - 35\% = 65\%$ , de manera que participó un 30% más de hombres que de mujeres. Como esta cantidad es de 252, el número total de participantes fue de  $\frac{252}{0.3} = 840$ .

21. (e) Llamemos  $\mathcal{P}$  al área de un pétalo,  $\mathcal{H}$  al área del hexágono y  $\mathcal{S}$  al área del sector sombreado en la figura de la izquierda. Entonces  $\mathcal{S}$  es un tercio del área del círculo de radio 1, esto es,  $\mathcal{S} = \frac{\pi}{3}$ .



Con tres sectores iguales se cubre todo el hexágono, pero se repiten 3 pétalos, como se muestra en la figura, a la derecha. Entonces tenemos

$$3\mathcal{S} - 3\mathcal{P} = \mathcal{H}.$$

Pero el hexágono está compuesto de 6 triángulos equiláteros de lado 1, así que

$$\mathcal{H} = 6 \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{3}}{2},$$

de donde el área de la flor es

$$6\mathcal{P} = 6\mathcal{S} - 2\mathcal{H} = 2\pi - 3\sqrt{3}.$$

## Soluciones del Examen de Nivel II, 2017

1. (c) Entre Vero y Gaby hay 3 niñas de un lado y hay 6 niñas del otro.

2. (b) El área sombreada es la suma de las áreas de los dos triángulos que se forman. Como la base de cada uno mide 1 cm y la suma de sus alturas mide 8 cm, el área sombreada es  $4 \text{ cm}^2$ .

3. (b) Si empieza en lunes no puede terminar en domingo, así que hay 4 posibilidades (de miércoles a sábado); si empieza en martes también son 4, (pues puede terminar en domingo), si empieza en miércoles son 3 posibilidades, en jueves hay 2 y en viernes hay 1. En total son 14.

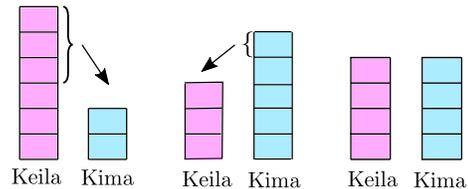
4. (b) El área es  $16 - 9 + 4 - 1 = 10 \text{ cm}^2$ .

5. (a) Las únicas sumas que dan una cantidad divisible por 5 son  $12 + 8$  y  $12 + 3$ , así Zina debe tener 12, Ema tiene 3, Rita 8 y, por lo tanto, Iva tiene 14.

6. (c) La catarina está a  $\frac{1}{4}$  de la longitud partiendo del extremo izquierdo del tubo, y la hormiga está a  $\frac{2}{3}$  de la longitud del tubo, también partiendo del extremo izquierdo. Así, la hormiga y la catarina están separados por  $\frac{2}{3} - \frac{1}{4} = \frac{5}{12}$  de la longitud del tubo.

7. (e) El área sombreada es la suma del área de los cuadrados menos las áreas en las cuales se intersectan. Es decir:  $36 + 16 + 4 - 1 - 4 = 51 \text{ cm}^2$ .

8. (b) Podemos esquematizar la situación con el siguiente diagrama:



9. (d) Como alrededor de cada uno de los 6 cuadrados hay 4 triángulos,  $6 \times 4$  es el número de triángulos contando cada uno de ellos 3 veces (porque cada uno comparte lado con 3 cuadrados).

10. (c) La fracción de la audiencia que corresponde a adultos es  $\frac{5}{6}$ ; de esta fracción,  $\frac{2}{5}$  son hombres, es decir,  $\frac{5}{6} \cdot \frac{2}{5} = \frac{10}{30}$ ; por tanto  $\frac{25}{30} - \frac{10}{30} = \frac{1}{2}$  de la audiencia corresponde a mujeres adultas.

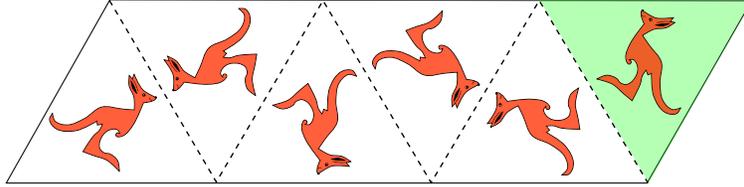
11. (a) Sean  $a$ ,  $b$  y  $c$  los números que aparecen en las casillas vacías, escritos de izquierda a derecha. Tenemos que:

$$\begin{aligned} 3 + a + b &= 22 \\ b + c + 4 &= 25 \\ 22 + c + 4 &= 35 \end{aligned}$$

De la última ecuación se tiene que  $c = 9$ ; sustituyendo en la segunda obtenemos  $b = 12$ ; finalmente, en la primera obtenemos  $a = 7$ . el producto de  $a$  y  $c$  es 63.

12. (e) La cantidad de hombres participantes fue de  $100\% - 35\% = 65\%$ , de manera que participó un 30% más de hombres que de mujeres. Como esta cantidad es de 252, el número total de participantes fue de  $\frac{252}{0.3} = 840$ .

13. (e) En la figura se muestran todas las reflexiones hasta llegar al triángulo sombreado.



14. (d) Si tomamos la diagonal de los cuadrados claros pequeños como unidad de medida, tenemos que el mantel tiene un área de 25, y el cuadrado claro del centro tiene un área de 9. Además, en la orilla (cuya área es de  $25 - 9 = 16$ , por lo anterior), por cada cuadrado claro hay la misma área oscura, así que la mitad es clara y la otra mitad es oscura. Entonces, el área oscura es 8. El porcentaje es  $\frac{8}{25} = 0.32$ , es decir, 32%.

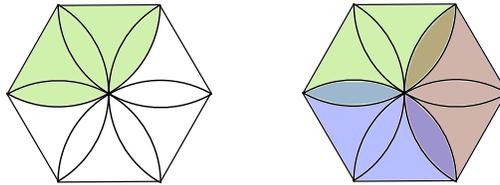
15. (d) La casilla del centro comparte un lado, tanto como con la casilla de su derecha, como con la de arriba de ella, de manera que arriba de ella debe ir 3. Razonando de esta manera vemos que la única forma de completar la cuadrícula es la que se muestra, y la suma de todos los números es 22.

2	3	2
3	2	3
2	3	2

16. (b) Si sumamos 2 a todos los números obtenemos la lista 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11. Si sumamos 5 a todos los números obtenemos la lista 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14. Los elementos en común son 6, 7, 8, 9, 10, 11, así que no es posible obtener menos de 6 resultados diferentes. Sumando 5 a los números del 1 al 6, y 2 a los números del 7 al 9, vemos que es posible obtener exactamente 6 resultados distintos.

17. (a) El carro rebasa a todos los autobuses a los que les faltan más de 35 minutos para llegar al centro de la ciudad, es decir, los que llevan 25 o menos minutos en camino. Como  $8 < \frac{25}{3} < 9$ , la cantidad de autobuses que va a rebasar el carro es de 8.

18. (e) Llamemos  $\mathcal{P}$  al área de un pétalo,  $\mathcal{H}$  al área del hexágono y  $\mathcal{S}$  al área del sector sombreado en la figura de la izquierda. Entonces  $\mathcal{S}$  es un tercio del área del círculo de radio 1, esto es,  $\mathcal{S} = \frac{\pi}{3}$ .



Con tres sectores iguales se cubre todo el hexágono, pero se repiten 3 pétalos, como se muestra en la figura, a la derecha. Entonces tenemos  $3\mathcal{S} - 3\mathcal{P} = \mathcal{H}$ . Pero el hexágono está compuesto de 6 triángulos equiláteros de lado 1, así que

$$\mathcal{H} = 6 \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{3}}{2},$$

de donde el área de la flor es

$$6\mathcal{P} = 6\mathcal{S} - 2\mathcal{H} = 2\pi - 3\sqrt{3}.$$

19. **(a)** Después de los dígitos 2 y 3, se repiten los números 6, 8, 8, 4, 2, 8. Como los dos primeros no se repiten, obtendremos el dígito que está 2015 posiciones después de la primera aparición del 6. Notemos que  $2015 = 6 \times 335 + 5$ , así que el dígito en la posición 2017 de la lista es el 2.

20. **(d)** Primero notemos que el triángulo  $AMB$  tiene área  $\frac{1}{2}$ . Además, como la suma de las áreas de los triángulos  $AOD$  y  $BOC$  es  $\frac{1}{2}$  y, por hipótesis, la suma de las áreas de los triángulos  $AED$  y  $BFC$  es  $\frac{1}{3}$ , entonces la suma de las áreas de  $AOE$  y  $BOF$  es  $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$ . Como el  $AOB$  tiene área  $\frac{1}{4}$ , entonces el área del cuadrilátero  $EOFM$  es  $\frac{1}{2}S - \frac{1}{4} - \frac{1}{6} = \frac{1}{12}$ .

21. **(b)** Tenemos que  $6 = 2 \cdot 3$  y  $900 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$ . Entonces uno de los números es múltiplo de  $5^2$  y el otro no, así que la suma no puede ser múltiplo de 5. Las demás sí son posibles:

$$\begin{aligned} 318 &= 18 + 300 & (= 2^1 \cdot 3^2 \cdot 5^0 + 2^2 \cdot 3^1 \cdot 5^2), \\ 186 &= 36 + 150 & (= 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^0 + 2^1 \cdot 3^1 \cdot 5^2), \\ 462 &= 12 + 450 & (= 2^2 \cdot 3^1 \cdot 5^0 + 2^1 \cdot 3^2 \cdot 5^2), \\ 906 &= 6 + 900 & (= 2^1 \cdot 3^1 \cdot 5^0 + 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2). \end{aligned}$$