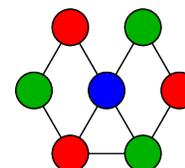


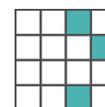
# Soluciones del Examen Canguro Matemático Mexicano 2023

## Nivel Junior

1. **(b)**. El círculo central y los dos de abajo de él están unidos entre sí y, por lo tanto, los tres deben tener distinto color. Con tres colores ya se puede completar la figura, como se muestra en el diagrama.



2. **(e)**. Hay 3 cuadritos sombreados en común en todas las opciones, que son los que se muestran en la figura. La única que tiene exactamente un cuadrito diferente con cada una de las demás es la que aparece en la opción (e).



3. **(c)**. El máximo común divisor de 24, 30 y 66 es 6, así que cada sección debe medir 6 m y faltan de colocar  $3 + 4 + 10 = 17$  estacas.

4. **(c)**. Simplificamos:

$$\frac{7777^2}{5555 \times 2222} = \frac{7^2 \times 1111^2}{5 \times 1111 \times 2 \times 1111} = \frac{7^2}{5 \times 2} = \frac{49}{10}.$$

5. **(a)**. La suma de los números que están en las casillas sombreadas es  $1 + 2 + 7 + 4 + 6 = 20$  y la de las casillas blancas es  $3 + 5 + 13 + 8 + 11 = 40$ . Para que las sumas sean iguales, deberán ser iguales a  $(20 + 40)/2 = 60/2 = 30$ , de manera que hay que aumentar las sombreadas en 10 y reducir igualmente las blancas en 10. De las parejas que se proponen, el único número sombreado que es 10 menos que el blanco es el 1. La figura muestra cómo quedaría la figura después del intercambio.

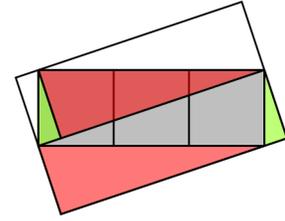
11	3	5	2	13
7	4	6	8	1

6. **(a)**. Digamos que los números son

$$x - 1011, x - 1010, \dots, x - 1, x, x + 1, \dots, x + 1010, x + 1011.$$

Su suma es  $2023x = 2023$ , así que  $x = 1$  y  $x + 1011 = 1012$ . La suma de sus cifras es entonces  $1 + 0 + 1 + 2 = 4$ .

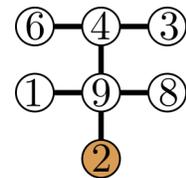
7. (d). Primera forma. Pensemos que la figura está formada por pedazos de papel y deslicemos hacia arriba el triángulo blanco grande que está abajo haciendo que su hipotenusa coincida con la del triángulo blanco superior. Deslicemos también el triángulo pequeño de la derecha para juntarlo con el de la izquierda a través de sus hipotenusas (ver la figura). Vemos que los pedazos deslizados forman la mitad del rectángulo gris, así que su área es  $75/2 \text{ cm}^2$ . El área total es, en  $\text{cm}^2$ :



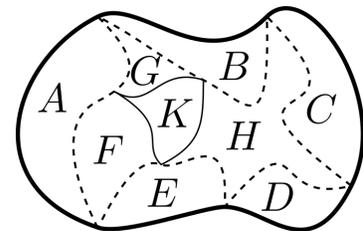
$$2(75/2) + 75 = 150.$$

Segunda forma. El segmento que une los puntos medios de los lados del rectángulo (que son también vértices del rectángulo gris), divide en dos partes iguales a ambas figuras. Pero la mitad del rectángulo gris (el de abajo) tiene área igual a la mitad del rectángulo de abajo (que a su vez es la mitad del rectángulo blanco). Luego el rectángulo blanco tiene el doble del área del rectángulo gris, esto es  $2(3 \times 25) = 150 \text{ cm}^2$ .

8. (a). Notemos que no hay ningún círculo que esté en todas las líneas. Así, no se puede usar el 5 ni el 7 pues aparecerían en alguna línea, y en otra no, de modo que los productos no podrían ser iguales. Al multiplicar los números de un dígito que no son ni el 5 ni el 7 obtenemos  $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 9 = 2^7 \cdot 3^4$  y, como en las dos líneas horizontales el producto es el mismo, el producto de los 6 números en las líneas horizontales debe ser un cuadrado así que abajo debe ir 2 u 8. Sin embargo, no puede ser 8 puesto que entonces el producto en cada renglón sería  $\sqrt{2^4 \cdot 3^4} = 2^2 \cdot 3^2 = 36$ , que no es múltiplo de 8. Entonces el número en el círculo sombreado debe ser 2. En la figura damos un ejemplo de que la construcción es posible (usamos que el producto igual en cada línea es  $\sqrt{2^6 \cdot 3^4} = 2^3 \cdot 3^2 = 72$ ).



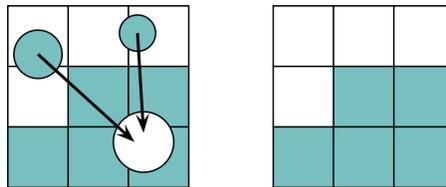
9. (b). La suma de los perímetros de las regiones perimétrales  $A, B, C, D$  y  $E$  (ver figura) es  $12+9+11+6+8 = 46 \text{ Km}$ . A esta suma hay que restarle lo que mide la línea punteada. Podemos quitar lo que mide la línea punteada restando la suma de los perímetros de  $G, H$  y  $F$ , que es  $3 + 17 + 9 = 29$ . Sin embargo, con ello habremos restado también el perímetro de  $K$ , por lo que habrá que agregarlo de nuevo. Entonces el perímetro del parque es de  $46 - 29 + 8 = 25 \text{ Km}$ .



10. (e). Para que tres números sumen un múltiplo de 3, los tres números deben tener el mismo residuo en la división entre 3 o los 3 números deben tener distinto residuo. Notamos que es imposible que los tres tengan el mismo residuo pues eso forzaría a que, al lado de ellos, otro número tuviera ese mismo residuo, pero sólo hay 3 números con cada residuo. Entonces, para las primeras tres casillas, los números deben tener los residuos 0, 1 y 2, en cualquier orden; estos residuos pueden elegirse de  $3 \times 2 \times 1 = 6$  formas y los 3 números pueden escogerse de  $3^3$  formas. El residuo del número de la cuarta casilla ya está forzado y entonces hay 2 posibilidades, lo mismo para la quinta y sexta casilla; las últimas casillas están forzadas. El resultado es

$$3 \times 2 \times 1 \times 3 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 1 \times 1 \times 1 = 6^4 = 1296.$$

11. (d). Como  $3^2\pi + 4^2\pi = 5^2\pi$ , tenemos que la suma de las áreas de los círculos pequeños es igual al área del círculo más grande. Entonces el área sombreada es  $\frac{5}{9} \times 30^2 = 500 \text{ cm}^2$ .



12. (b). La idea es ir identificando las porciones del camino que son fijas, buscando los círculos vacíos que están unidos sólo a uno o a dos círculos vacíos. Al principio encontramos éstos en las orillas, pegados a círculos llenos. Procedemos igual a continuación y de ahí ya es fácil construir todo el camino.

