Soluciones del Examen Canguro Matemático Mexicano 2024
Nivel Cadete

1. **(a).** La única caja que tiene el sabor 9 es la T; el sabor 8 está en la caja S y en la T, pero la T se quedó con el 9, así que el chocolate de sabor 8 se quedó en la caja S. Así sucesivamente deducimos que la caja en la que se quedó el chocolate 5 es la P.

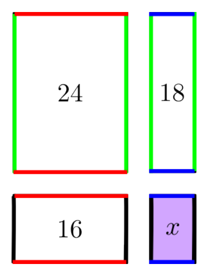
2. **(b).** La caja D no puede estar encima de la caja B. Los demás acomodos sí son posibles.

3. **(c).** Al traslaparse, la medida del lado grande del nuevo rectángulo es 4 veces el lado chico, así que el rectángulo grande tiene área 1/3 más que el chico, es decir, $24 + \frac{1}{3}\,24 = 24 + 8 = 32\,\text{cm}^2$.

4. **(d).** La única forma en que un pingüinito pudo haber comido 44 peces es que 2 días hubiera comido 7 peces, y 6 días hubiera comido 5 peces. Entonces el otro pingüino habría comido 5 peces dos veces y 7 peces seis veces, es decir, $5 \cdot 2 + 7 \cdot 6 = 52$ peces.

5. **(c).** La posición entre sí de las letras no cambia, y lo mismo sucede con los números. Como F está 3 posiciones después que C, entonces el número junto a F debe estar 3 posiciones después del 2, es decir, el 5.

6. **(d).** Llamemos x al perímetro de la pieza sombreada. Notamos que el perímetro total de la hoja de papel se puede calcular como la suma de los perímetros de piezas opuestas (ver la figura). De esta manera tenemos que $24 + x = 16 + 18$, de donde $x = 10$.



7. **(d).** El cubo grande consta de 8 cubitos. Cada cubito debe tener, al menos, una forma blanca. Se ve que dos de los cubitos usaron 4 formas blancas. Los demás pueden haber usado sólo una. Entonces el total es $2 \times 4 + 6 = 14$.

8. **(c).** Equivale a poner los números del 1 al 5 de tal forma que en la segunda y la cuarta posición los números al lado sean mayores. El número 1 debe quedar en la segunda o en la cuarta posición. El otro número en esas posiciones puede ser 2 o 3.

Los números que tienen a 1 en posición 2 y a 2 en posición 4 son 6:

$$31425, 31524, 41325, 41523, 51324, 51423.$$

Otros 6 se obtienen poniendo éstos al revés.

Los números que tienen a 1 en posición 2 y a 3 en posición 4 son 2:

$$21435, 21534.$$

Otros 2 se obtienen poniendo éstos al revés.

En total son $6+6+2+2=16$.

9. **(e).** Observamos que en una progresión aritmética cada número intermedio es el promedio de los dos hacia sus lados a la misma distancia. De esta manera vemos que en la casilla central debe ir $\frac{7+27}{2}=17$ y luego completamos ese renglón, quedando 7, 12, 17, 22, 27. Entonces podemos completar la segunda columna que, de abajo hacia arriba lleva los números 4, 8, 12, 16, 20. De aquí vemos que los números del primer renglón son 13, 20, 27, 34, 41. En la casilla sombreada va $\frac{27+17}{2}=22$.

			34	
7	12	17	22	27
	4			

	20		34	
	16			
7	12	17	22	27
	8			
1	4			

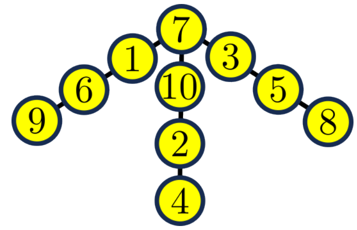
13	20	27	34	41
	16			
7	12	17	22	27
	8			
1	4			

Podemos completar la figura y queda como se muestra.

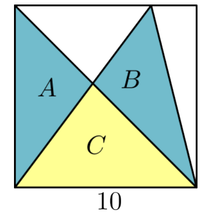
13	20	27	34	41
10	16	22	28	34
7	12	17	22	27
4	8	12	16	20
1	4	7	10	13

10. **(e).** Supongamos que el área del círculo negro es $1\,\text{cm}^2$. Entonces el área de la parte gris en la figura de la izquierda es de $7\,\text{cm}^2$. La parte blanca tapa lo mismo del círculo gris en ambas figuras y la parte negra en la figura de la derecha tapa parte de la gris, de manera que en la figura de la derecha la parte gris tiene área de $6\,\text{cm}^2$.

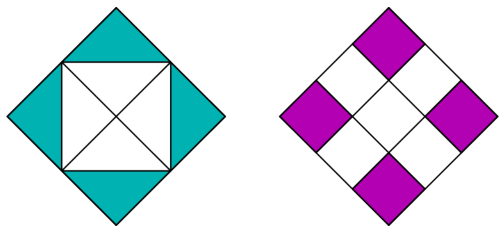
11. **(d).** La suma de los números del 1 al 10 es 55. Si sumamos los resultados de cada línea, el resultado es $3\times 23=69$. La diferencia $69-55=14$ es porque el número en donde está el signo de interrogación se sumó 3 veces en lugar de 1; entonces el resultado es $\frac{14}{2}=7$. Una forma de lograr las sumas se muestra en la siguiente figura.



12. **(a).** Llamemos C al área del triángulo abajo, como se muestra en la figura. Entonces $A + C$ es la mitad del área del cuadrado y también lo es $B+C$, de manera que $A-B = (A+C)-(B+C) = 0$.



13. **(b).** Partamos los cuadrados en partes iguales, cada uno (ver la figura).



En el cuadrado de la izquierda la parte sombreada es la mitad así que el área de los cuadrados grandes es $18\,\text{cm}^2$. En el cuadrado de la derecha, la parte sombreada es $\frac{4}{9}$ del total, así que el área sombreada en éste es

$$\frac{4}{9} \cdot 18 = 8\,\text{cm}^2.$$

14. **(e).** Hay 11 corazones, 7 figuras blancas y 7 figuras grandes. Entonces la primera niña que llegó no pudo haber tomado los corazones. Si la primera niña hubiera tomado todas las figuras blancas, entonces habrían sobrado 9 corazones y 4 figuras grandes, pero ninguna de las niñas tomó 4 o 9 figuras, así que esto no es posible. Entonces la primera niña tomó todas las figuras grandes, dejando sobre la mesa 6 corazones y 4 figuras blancas. Así vemos que la segunda niña tomó los 6 corazones, dejando 3 círculos blancos.

15. **(a).** Primero notamos que el número total de dulces es igual al número de vasos, es decir, 5. Analicemos las formas de escribir 5 como suma de 5 enteros del 0 al 5: Es imposible que los números sean $5, 0, 0, 0, 0$ porque si hay un 5 es porque todos los números son iguales. Similarmente es imposible que los números sean $4, 1, 0, 0, 0$ o $3, 1, 1, 0, 0$. También notamos que es imposible la distribución $1, 1, 1, 1, 1$. Finalmente en la distribución $2, 2, 1, 0, 0$ hay dos $0'$s, así que el vaso 0 debe tener 2 dulces; hay un 1, así que el vaso 1 debe tener 1 dulce y hay dos $2'$s así que el vaso 2 debe tener dos $2'$s; los vasos 3 y 4 deben tener cero dulces cada uno. Ésta es la única posibilidad.