Soluciones del Examen Canguro Matemático Mexicano 2022

Nivel Cadete

1. **(c)**. Primera forma: El número de fichas completas en cada lado es $\frac{19+1}{2} = 10$. El total es $4 \times 10 = 40$.

Segunda forma: La superficie que deben cubrir las fichas es $21^2 - 19^2$. Entonces el número de fichas es

$$\frac{21^2 - 19^2}{2} = \frac{(21-19)(21+19)}{2} = 21 + 19 = 40.$$

2. **(e)**. El mayor es cuando $a = 9$ y $b = 0$: $9999 - 900 = 9099$. El menor es cuando $a = 1$ y $b = 9$: $1111 - 199 = 912$. La suma de estos dos es $9099 + 912 = 10011$.

3. **(d)**. Primero notamos que el número en la casilla superior derecha debe ser un número par pues sumado con 8 debe ser par (para que el promedio sea un número entero). Como en la columna de la derecha el promedio es 3, las únicas posibilidades para esa casilla son 2 o 4. Intentamos con ambos y vemos que con 4 es imposible pues entonces tendría que ponerse a la derecha del 8 pero en la columna central abajo hay un 5 y el promedio de 5 y 6 no es un entero. Con 2 obtenemos que en la casilla sombreada va 4 y podemos llenar las casillas como se muestra.

8	6	4
	?	3
	5	2

8	5	2
7	5	3
6	5	4

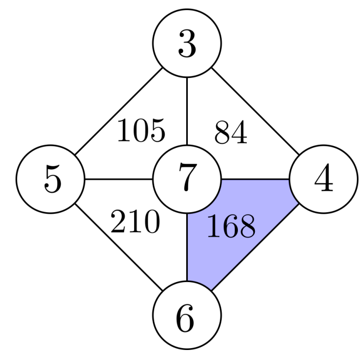
4. **(e)**. Como P es punto medio de BD, el área de FPD es la mitad del área de FBD que, por tener ángulo recto en B, es $\frac{20 \times 14}{2} = 140$.

5. **(a)** Los anillos del dedo anular debe quitarlos en orden, así que basta determinar los lugares en los que quitará los anillos del dedo meñique y del dedo medio que son las siguientes 20:

$$\begin{array}{cccccccccc} 1-2, & 1-3, & 1-4, & 1-5, & 2-3, & 2-4, & 2-5, & 3-4, & 3-5, & 4-5, \\ 2-1, & 3-1, & 4-1, & 5-1, & 3-2, & 4-2, & 5-2, & 4-3, & 5-3, & 5-4. \end{array}$$

6. **(b)** Si tomamos cada número original de María y lo emparejamos con el que calculó Rita a partir de él, tenemos que el resultado al sumar esos dos números es 7. Si sumamos todas esas parejas, obtendremos la suma del total de números, que sabemos que es $22 + 34 = 56$. Como cada pareja aporta 7 para la suma, en total debe haber $56/7 = 8$ parejas.

7. **(e)**. Todos los números son divisibles entre 7, así que el 7 debe ir en el centro. Los números divisibles por 5 son los dos de la izquierda, así que 5 va en el círculo de la izquierda. Completamos la figura escribiendo 3 arriba, 6 abajo y 4 a la derecha.



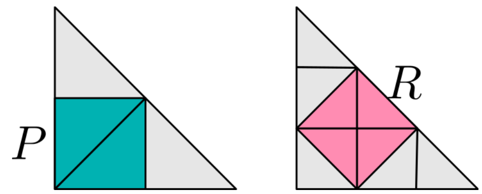
8. **(d)**. Usando los cuadrados a la izquierda y el teorema de Pitágoras, tenemos que el cuadrado central tiene área $22 + 3 = 25$. Ahora, usando otra vez el teorema de Pitágoras con el cuadrado central y los de la derecha, tenemos que el que lleva el signo de interrogación tiene área $25 - 8 = 17$.

9. **(e)**. Si $a < b$ son las medidas de los rectángulos pequeños, entonces $AB = 3a + b$ y $CD = 3b$, pero $AB = CD$, de manera que $3a + b = 3b$ y así, $3a = 2b$. Por otro lado, $48 = AD = a + 2b$ y así $48 = a + 3a = 4a$, de donde $a = 12$ y $b = 3 \times 12/2 = 18$. Entonces $CD = 3b = 54$.

10. **(b)**. En un mismo tiempo el conejo recorre 10 veces la distancia que el erizo así que se encontraron cuando el conejo llevaba 10/11 del recorrido y el erizo llevaba 1/11. Cuando el erizo cambia de dirección a ambos les faltaban $\frac{1}{11} 550 = 50\,\mathrm{m}$, los cuales el conejo recorrió en 5 segundos y el erizo en 50. La diferencia es de 45 segundos.

11. **(c)**. Digamos que una cara del cuboide tiene área A. Un corte paralelo a esa cara agrega $2A$ a la suma y, como hay dos cortes paralelos a esa cara, en esa dirección la suma de las áreas es $2A + 2A + 2A = 6A$. Eso ocurre en cada cara, de manera que el área total se multiplica por 3.

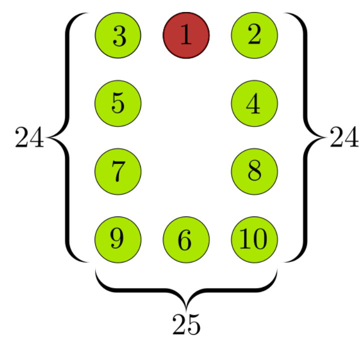
12. **(a)**. Partamos cada uno de los triángulos en triangulitos congruentes, como se muestra en la figura. Como el cuadrado que lleva la letra P tiene área 45, los dos triángulos isósceles tienen área 90, pero el triángulo de la derecha quedó partido en 9 triángulos, así que el área del cuadrado que tiene R es $4 \times 90/9 = 40$.



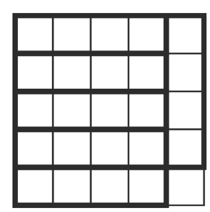
Nota. La justificación de que los triangulitos son congruentes en cada triángulo es porque son triángulos isósceles rectángulos con iguales catetos.

13. **(d)**. El número total de juegos es $8 \times 7/2 = 28$. Cada partido otorga entre 2 y 3 puntos, así que la diferencia cuando hay algún ganador es 1 punto por partido. Como $2 \times 28 = 56$ y $61 - 56 = 5$, quiere decir que sólo en 5 de los 28 partidos hubo ganador. Si en todos ellos el ganador fue el mismo equipo, éste pudo haber obtenido $3 \times 5 = 15$ en los que ganó y habría obtenido 2 puntos más en los otros 2 partidos en los que se enfrentó. El máximo entonces es $15 + 2 = 17$.

14. **(a)**. La máxima suma posible de los números en las dos columnas y la fila de abajo es $(2+3+\cdots+10)+(9+10) = 73$, que justo es la suma $24 + 24 + 25$. El número que va en lugar del signo de interrogación debe ser el 1. Podemos completar una posible distribución como sigue:



15. **(e)**. Es posible dividir la cuadrícula en 5 rectángulos de 4×1 y 1 de 1×4 que no se intersecten entre sí, como se muestra en la figura. Esto quiere decir que se necesitará al menos un cuadrito sombreado en cada uno de ellos, lo que indica que al menos se tienen que sombrear 6 cuadritos.



Por otro lado, si sombreamos como se muestra en la siguiente figura, cada vez que tomemos un rectángulo de 4×1 o de 1×4 quedará un cuadrito sombreado en su interior, así que .